

Eesti LXIX matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
13.jaanuaril 2022.a. Tallinnas
IX klass

Lahendamiseks on aega 3 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Suur risttahukakujuline saal oli vaheseintega jaotatud kolmeks ruumiks, millede ruumalad suhtusid nagu $7 : 6 : 5$. Remondi käigus otsustati saali koguruumala jätta samaks, aga vaheseinte asukohti muuta nii, et praegu neist suurima ruumala väheneks 4% ja keskmise oma väheneks 2%. Mitu protsenti suureneks sel juhul kolmanda ruumi ruumala?

2. Volli ütles, et ta asendab sõnas TALLINN tähed numbritega nii, et vasakult paremale vaadates igast kolmest järjestikusest numbrist moodustuv arv jagub arvuga 3 ning seejuures ühesugustele tähtedele vastavad ühesugused ja erinevatele erinevad numbrid. Kui selline asendamine on võimalik, siis leia vähemalt üks võimalus tähtede asendamiseks numbritega, aga kui asendamine ei ole võimalik, siis põhjenda, miks ei ole.

3. Rööpküliku $ABCD$ külgedele AB ja AD on vastavalt märgitud punktid M ja N . Nurga MND poolitaja lõikub küljega BC punktis K . Teada on, et $MN = AN = \frac{1}{3}AD$. Kui suure osa rööpküliku $ABCD$ pindalast moodustab kolmnurkade AMN ja BMK pindalade summa?

4. Katil oli vaid 5-euroseid rahatähti ja üks 1-eurone münt. Matil oli vaid 10-euroseid rahatähti ja üks 2-eurone münt. Katil ei olnud piisavalt raha, et osta üks seljakott. Küll aga oleks Kati saanud osta ühe seljakoti, kui tal oleks üks 5-eurone rahatäht rohkem olnud, aga sel juhul ei oleks ta saanud tasuda oma rahadega täpset summat, st müüja oleks pidanud raha tagasi andma. Mati ei saanud endal oleva rahaga tasuda sellise seljakoti eest täpset summat, kuigi tal oli raha rohkem kui Katil. Kahepeale kokku said nad tasuda kahe sellise seljakoti eest täpselt, andes seejuures kokku 20 rahatähte ja kõik oma mündid. Kui palju maksis üks seljakott, kui seljakott maksis täisarv eurosid ning Kati andis kõik oma rahatähed?

5. Kõrvaloleval joonisel on antud ruudustik arvudega. Ühe käiguga tuleb mingi ühe rea igale arvule liita 1 või siis mingi ühe veeru igast arvust lahutada 1. Kas selliste käikudega on võimalik antud ruudustikust jõuda ruudustikuni

0	1	2	3
2	0	2	0
3	1	0	2
1	0	3	0

a)

2	0	2	1
6	1	4	0
6	0	0	0
5	2	5	0

b)

2	0	2	2
4	1	6	3
0	3	2	1
5	2	5	0

 ?

Kui on võimalik, siis näita käikhaaval kuidas seda antud ruudustikust saada. Kui ei ole võimalik, siis põhjenda, miks see võimalik ei ole.